INSTYTUT MATEMATYKI
Uniwersytet Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków
tel.126626273

# Wymagania do egzaminu dyplomowego

dla studentów studiów **II stopnia, studiów stacjonarnych i niestacjonarnych** kierunku matematyka

zatwierdzone przez Radę Instytutu Matematyki dnia 16.05.2024

(**obowiązuje w r. ak. 2024/25**, czyli dla cyklu studiów rozpoczętego w r. ak. 2023/2024)

**Egzamin dyplomowy** (magisterski) składa się z dwóch części: weryfikacji **efektów uczenia się** oraz **ustnego egzaminu** dotyczącego złożonej pracy dyplomowej.

## CZĘŚĆ PIERWSZA

Weryfikacja zdobytej wiedzy merytorycznej na kierunku matematyka (potwierdzającą osiągnięcie efektów uczenia się). Zakres tematyczny tej części egzaminu zawiera **Załącznik 1**.

## CZĘŚĆ DRUGA

Ustny egzamin związany z pracą złożoną przez Dyplomanta pracy uwzględniający odpowiedzi na pytania Komisji egzaminacyjnej dotyczące treści pracy .

INSTYTUT MATEMATYKI
Uniwersytet Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków
tel.126626273

# Załącznik 1

Zakres materiału do **Części Pierwszej** egzaminu dyplomowego dotyczy poniższych zagadnień:

## I. Pojęcia i wiadomości podstawowe

1. Pojęcia teorii aksjomatycznej.
2. Aksjomatyczny system teorii mnogości i równoważne formy pewnika wyboru.
3. Liczby kardynalne i porządkowe.
4. Arytmetyka liczb kardynalnych.
5. Relacje równoważnościowe i porządkowe. Definiowanie pojęć matematycznych za pomocą relacji równoważnościowych. Uporządkowanie podstawowych zbiorów liczbowych.
6. Konstrukcje podstawowych struktur liczbowych (liczby naturalne, całkowite, wymierne, rzeczywiste i zespolone).
7. Geometria krzywych. Krzywe regularne, długość krzywej.
8. Geometria powierzchni. Płaszczyzna styczna, wektor normalny.
9. Definicje i modele podstawowych struktur algebraicznych, struktury ilorazowe.
10. Homomorfizmy struktur algebraicznych. Podstawowe własności oraz przykłady w poszczególnych strukturach.
11. Krzywe i powierzchnie stopnia 2.
12. Pojęcie przestrzeni probabilistycznej. Prawdopodobieństwo i jego podstawowe własności. Prawdopodobieństwo geometryczne, warunkowe, całkowite. Niezależność zdarzeń. 13. Zmienne losowe jedno- i dwuwymiarowe i generowane przez nie przestrzenie probabilistyczne na prostej i na płaszczyźnie. Niezależność zmiennych losowych. Dystrybuanta. Wartość oczekiwana i wariancja.
14. Funkcje charakterystyczne i ich własności. Funkcje charakterystyczne a momenty zmiennej losowej.
15. Różne rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych. Prawo wielkich liczb Bernoulliego. Centralne twierdzenia graniczne - zastosowania.
16. Pochodna funkcji zespolonej. Zespolone szeregi potęgowe. Pojęcie funkcji analitycznej oraz holomorficznej oraz związki zachodzące między nimi.
17. Miara i jej podstawowe własności. Miara Lebesgue'a, miara Jordana.
18. Miara Lebesgue'a i jej własności.
19. Całka Lebesgue'a, jej własności i związek z całką Riemanna.
20. Odwzorowania ciągłe przestrzeni topologicznych, homeomorfizmy, izometrie.
21. Przestrzenie unormowane jako przykład łączenia struktury topologicznej i liniowej.
22. Podstawowe przykłady przestrzeni unormowanych ciągowych i funkcyjnych.
23. Związki między normą a iloczynem skalarnym.

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków
tel.126626273

24. Operatory i funkcjonały liniowe ciągłe, podstawowe własności i przykłady. Przestrzeń operatorów liniowych i ciągłych
25. Całki funkcji zespolonych. Twierdzenie całkowe Cauchy'ego, wzór całkowy Cauchy'ego, ich konsekwencje oraz przykłady zastosowania.
26. Różne rodzaje przestrzeni topologicznych (aksjomaty oddzielania, zwartość, zupełność, spójność, ośrodkowość).
27. Twierdzenia o liczbach pierwszych. Rozmieszczenie liczb pierwszych.
28. Elementy algebraiczne i elementy przestępne nad ciałem; rozszerzenia algebraiczne, rozszerzenia skończone, rozszerzenie o element algebraiczny.
29. Ciała algebraicznie domknięte. Twierdzenia Liouville'a i zasadnicze twierdzenie algebry.
30. Parametryzacja naturalna krzywej w R^3. Trójścian Freneta; krzywizna, torsja. Przykłady.
31. Fundamentalne twierdzenie teorii krzywych (Dla dowolnych dwóch funkcji rzeczywistych gładkich … określonych na przedziale ... istnieje krzywa … krzywizna … skręcenie ...).
32. Funkcja charakterystyczna zmiennej losowej. Momenty zmiennej losowej.
33. Podstawowe rozkłady prawdopodobieństwa i przykłady przestrzeni probabilistycznych o tych rozkładach (rozkład Bernoulliego, Poissona, normalny, Cauchy'ego itd.).
34. Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równań różniczkowych.
35. Przykłady metod rozwiązywania pewnych typów równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu.

**II. Dydaktyka matematyki** (dotyczy specjalności nauczycielskich)

1. Dydaktyczne problemy związane z definiowaniem i korzystaniem z definicji, formułowaniem twierdzeń, ich stosowaniem i dowodzeniem.
2. Poziomy i kryteria rozumienia pojęć. Typy rozumowań w nauczaniu matematyki (wnioskowanie empiryczne, intuicyjne i formalne, indukcja, dedukcja, redukcja, rozumowanie nie wprost).
3. Rodzaje zadań matematycznych w różnych koncepcjach nauczania, główne etapy wg. Polyi i przykłady wskazówek heurystycznych w procesie rozwiązywania zadań.
4. Cele nauczania matematyki, rola pojęciowego i algorytmicznego ujęcia matematyki w różnych koncepcjach nauczania.
5. Wykorzystanie technologii informacyjnej w nauczaniu matematyki, przykłady edukacyjnych programów komputerowych.
6. Reprezentacje enaktywne, ikoniczne i symboliczne i ich rola w procesie kształtowania pojęć matematycznych.
7. Specyfika języka szkolnej matematyki, charakterystyczne błędy popełniane przez uczniów i sposoby ich wykorzystywania w procesie kształtowania pojęć.
8. Lokalna dedukcja na lekcjach matematyki.
9. Czynnościowe nauczanie matematyki.
10. Elementy logiki w nauczaniu matematyki.
11. Metodyka nauki o liczbie i działaniach.

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków
tel.126626273

12. Metodyka nauki o funkcjach numerycznych i ich wykresach.
13. Metodyka nauki o przekształceniach geometrycznych.
14. Równania i nierówności w matematyce elementarnej.

**III. Matematyka uniwersalna** (dotyczy specjalności nienauczycielskich)

1. Wartość kapitału w czasie: wartość bieżąca, wartość przyszła, strumień płatności.
2. Procesy stochastyczne – definicja i przykłady.
3. Stochastyczne modele wyceny instrumentów finansowych.
4. Szacowanie parametrów liniowego modelu ekonometrycznego i ocena dopasowania modelu do danych empirycznych.
5. Przykłady nieliniowych modeli ekonometrycznych i ich zastosowanie.
6. Zastosowanie baz danych SQL i NoSQL, ich zalety i ograniczenia.
7. Struktura aplikacji internetowej ASP.NET Core MVC – wzorzec architektoniczny Model-Widok-Kontroler.
8. Definiowania klas, pól i metod w języku Python i C#.
9. Programowanie funkcyjne – funkcje czyste, rekurencja, wzorce projektowe.
10. Etapy cyklu tworzenia oprogramowania.
11. Budowa i mechanizm działania jednokierunkowych głębokich sieci neuronowych, algorytm propagacji wstecznej.
12. Zastosowania splotowych i rekurencyjnych sieci neuronowych.
13. Metody i narzędzia wykorzystywane w przetwarzaniu Big Data.
14. Tworzenie kolumn obliczanych i miar w języku DAX.
15. Wykorzystanie funkcji analizy czasowej w raportach tworzonych za pomocą aplikacji Power BI.