UNIWERSYTET PEDAGOGICZNY
IM. KOMISJI EDUKACJI NARODOWEJ
W KRAKOWIE
INSTYTUT MATEMATYKI

Program nauczania

dla studiów niestacjonarnych drugiego stopnia (nauczycielskich)

kierunek: matematyka

KRAKÓW 2009

1. Przedmioty podstawowe z matematyki

1.1 Analiza matematyczna 1

ROK I	TREŚCI NAUCZANIA

1. **Teoria miary.** Ciała, σ-ciała, miara, zbiory borelowskie. Miara zewnętrzna. Twierdzenie Caratheodory'ego. Produktowanie miar. Miara Lebesgue'a w $\mathbb{R}$ i w $\mathbb{R}^k$. Własności miary Lebesgue'a. Funkcje mierzalne i ich zbieżność. Informacje o mierze Jordana.
2. **Całka względem miary.** Całka z funkcji prostej, całka z funkcji mierzalnej i nieujemnej. Całka Lebesque'a. Twierdzenie Fubiniego; twierdzenie o podstawianiu (dowód dla jednej zmiennej). Twierdzenia o przechodzeniu do granicy pod znakiem całki. Całka Riemanna, a całka Lebesgue'a.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. A. Birkholc, *Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych,* PWN, Warszawa 2002.
2. J. Dieudonne, *Foundations of Modern Analysis,* Academic Press, New York and London, 1969.
3. W. Kołodziej, *Analiza matematyczna,* PWN, Warszawa 1978.
4. J. Musielak, M. Jaroszewska, *Analiza matematyczna t. II cz.2, 3,* Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2002.
5. W. Rudin, *Podstawy analizy matematycznej,* PWN, Warszawa 2002.
6. R. Rudnicki, *Wykłady z analizy matematycznej,* PWN, Warszawa 2006.
7. R. Sikorski, *Rachunek różniczkowy i całkowy (funkcji wielu zmiennych),* PWN, Warszawa 1967.
8. M. Spivak, *Analiza na rozmaitościach,* PWN, Warszawa 2006.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. S. Łojasiewicz, *Wstęp do teorii funcji rzeczywistych,* PWN, Warszawa 1976.
2. K. Maurin, *Analiza, cz. I,II,* PWN, Warszawa 1991.
3. L. Schwartz, *Kurs analizy matematycznej, t.I,II,* PWN, Warszawa 1979.

1.2 Analiza matematyczna 2

ROK I	TREŚCI NAUCZANIA

Elementy analizy matematycznej na rozmaitościach. Powierzchnie gładkie w przestrzeni euklidesowej. Przestrzeń styczna. Formy różniczkowe. Całkowanie form różniczkowych. Twierdzenie Stokesa i jego szczególne przypadki. Potencjał, pole potencjalne. Warunki konieczne i dostateczne potencjalności pola.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. G. N. Berman, *Zbiór zadań z analizy matematycznej,* Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 1999.
2. A. Birkholc, *Analiza matematyczna, funkcje wielu zmiennych,* WN PWN, Warszawa 2002.
3. J. Dieudonne, *Foundations of Modern Analysis,* Academic Press, New York and London, 1969.
4. W. Kołodziej, *Analiza matematyczna,* PWN, Warszawa 1978.
5. J. Musielak, L. Skrzypczak, *Analiza matematyczna t. III cz.1,* Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2006.
6. W. Rudin, *Podstawy analizy matematycznej,* PWN, Warszawa 2002.
7. R. Rudnicki, *Wykłady z analizy matematycznej,* WN PWN, Warszawa 2006.

8. R. Sikorski, *Rachunek różniczkowy i całkowy (funkcji wielu zmiennych)*, wyd. 5., PWN, Warszawa 1967.
9. M. Spivak, *Analiza na rozmaitościach*, wyd. 2., PWN, Warszawa 2006.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. K. Maurin, *Analiza, cz. I,II*, PWN, Warszawa 1991.
2. L. Schwartz, *Kurs analizy matematycznej, t.I,II*, PWN, Warszawa 1979.

1.3 Analiza zespolona

ROK II	TREŚCI NAUCZANIA

1. Szeregi potęgowe. Lemat Abela. Twierdzenie Cauchy'ego-Hadamarda. Funkcje holomorficzne. Pierścień funkcji holomorficznych. Funkcje całkowite, holomorficzność sumy szeregu potęgowego.
2. Pochodna zespolona. Równania Cauchy'ego Riemanna. Funkcje analityczne. Twierdzenie Weierstrassa o analityczności szeregu potęgowego.
3. Całka krzywoliniowa zorientowana i niezorientowana. Twierdzenie całkowe Cauchy'ego, wzór całkowy Cauchy'ego (dla koła). Holomorficzność funkcji analitycznej, istnienie pochodnych wszystkich rzędów. Nierówność Cauchy'ego. Twierdzenie Liouville'a. Podstawowe twierdzenie algebry.
4. Zera funkcji holomorficznej. Zasada identyczności dla funkcji holomorficznych, zasada maksimum. Twierdzenie Morery.
5. Szereg Laurenta. Punkt regularny, izolowany punkt osobliwy. Punkt pozornie osobliwy, biegun, punkt istotnie osobliwy, przykłady. Charakteryzacja punktów pozornie osobliwych. Twierdzenie Riemanna o osobliwości. Charakteryzacja biegunów. Twierdzenie Casoratiego-Weierstrassa-Sochockiego.
6. Indeks punktu. Residuum, twierdzenie o residuach, zastosowanie twierdzenia o residuach dla niewłaściwej całki rzeczywistej

LITERATURA

1. J. Bak, D. J. Newmann, *Complex analysis*, UTM, Springer, 1996.
2. J. Chądzyński, *Wstęp do analizy zespolonej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.
3. E. Hille, *Analytic function theory*, AMS Bookstore, 1973.
4. J. Krzyż, *Zbiór zadań z funkcji analitycznych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
5. F. Leja, *Funkcje zespolone*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
6. W. Rudin, *Analiza rzeczywista i zespolona*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.
7. S. Saks, A. Zygmund, *Funkcje analityczne*, Monografie Matematyczne, Vol.28, Warszawa-Wrocław, 1952. (w postaci plików pdf:http:matwbn.icm.edu.pl/ksspis.php?wyd=10).
8. B. W. Szabat, *Wstęp do analizy zespolonej*, PWN, Warszawa 1974.
9. W. Więsław, *Liczby i geometria*, WSiP, Warszawa 1996.

1.4 Analiza funkcjonalna

ROK II	TREŚCI NAUCZANIA

1. Przestrzenie unormowane i Banacha: własności normy, zupełność, uzupełnianie przestrzeni unormowanych, przykłady przestrzeni unormowanych ciągowych i funkcyjnych, skończenie wymiarowe przestrzenie unormowane, zwartość (w przypadku skończenie i nieskończenie wymiarowym), szeregi w przestrzeniach unormowanych.
2. Przestrzenie unitarne i Hilberta: nierówność Schwarza, związki iloczynu skalarnego z normą, uzupełnianie przestrzeni unitarnych, ortogonalność, dopełnienie ortogonalne (twierdzenie o rzucie ortogonalnym), układy ortonormalne (ortogonalizacja i ortonormalizacja układu

wektorów), układy ortonormalne zupełne, szeregi Fouriera (nierówność Bessela, tożsamość Parsevala, układ trygonometryczny, szereg Fouriera względem układu trygonometrycznego), twierdzenie Riesza-Fishera.
3. Operatory liniowe ciągłe: ograniczoność i ciągłość, norma operatora, przestrzeń dualna, twierdzenie Riesza o postaci funkcjonałów liniowych w przestrzeni Hilberta, twierdzenie Banacha o operatorze otwartym, twierdzenie o operatorze odwrotnym, twierdzenie o domkniętym wykresie, twierdzenie Banacha-Steinhausa, twierdzenie Hahna-Banacha, operatory sprzężone.
4. Informacje uzupełniające: elementy teorii aproksymacji, analizy spektralnej, zastosowania analizy funkcjonalnej.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. J. Chmieliński, *Analiza funkcjonalna. Notatki do wykładu,* wyd. 2., Wydawnictwo Naukowe AP, Kraków 2004.
2. W. Kołodziej, *Wybrane rozdziały analizy matematycznej,* wyd. 2., Biblioteka Matematyczna t.36, PWN, Warszawa 1982.
3. J. Musielak, *Wstęp do analizy funkcjonalnej,* PWN, Warszawa 1989.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. A. Alexiewicz, *Analiza funkcjonalna, Monografie Matematyczne,* t. 40, PWN, Warszawa 1969.
2. J.R. Giles, *Introduction to the Analysis of Normed linear Spaces,* Cambridge University Press, Cambridge 2000.
3. W. Mlak, *Wstęp do teorii przestrzeni Hilberta,* wyd. 4., Biblioteka Matematyczna t. 35, PWN, Warszawa 1987.
4. W. Pleśniak, *Wykłady z teorii aproksymacji,* Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2000.
5. W. Rudin, *Analiza funkcjonalna*, PWN, Warszawa 2001.
6. K. Yosida, *Functional Analysis,* 6th. ed., Springer Verlag, Berlin - Heidelberg - New York 1980.
7. J. B. Conway, *A Course in Functional Analysis,* 2nd. ed., Springer, New York 1990

1.5 Topologia

ROK I TREŚCI NAUCZANIA

Pojęcie przestrzeni topologicznej, przykłady (w szczególności przestrzeń metryczna). Różne rodzaje zbiorów (otwarte, domknięte, brzegowe, gęste, nigdziegęste, pierwszej kategorii) i ich własności. Operacje na zbiorach (domknięcie, wnętrze, brzeg, pochodna) i ich własności. Rodzaje odwzorowań (ciągłe, homeomorfizmy, izometrie) i ich niezmienniki. Przestrzenie ośrodkowe, aksjomaty przeliczalności. Aksjomaty oddzielania. Przestrzenie zwarte, spójne i zupełne. Topologie w przestrzeniach odwzorowań (w szczególności zbieżności jednostajnej). Pojęcie podprzestrzeni i produktu przestrzeni topologicznych. Homotopia przekształceń, homotopijna równoważność, grupa podstawowa. Topologiczna klasyfikacja rozmaitości wymiaru 1 i 2 (bez dowodu).

LITERATURA PODSTAWOWA

1. R. Duda, *Wprowadzenie do topologii,* PWN, Warszawa 1986.
2. R. Engelking, *Topologia ogólna,* WN PWN, Warszawa 2007.
3. J. Krzyszkowski, E. Turdza, *Elementy topologii,* WN AP, Kraków 2000.

Literatura uzupełniająca

1. R. Engelking, *Outline of General Topology, North - Holland Publishing Company - Amsterdam,* PWN - Polish Scientific Publishers, 1968.
2. K. Jänisz, *Topologia*, Warszawa 1986.
3. J. Mioduszewski, *Wykłady z topologii. Topologia przestrzeni euklidesowych,* WUŚ, Katowice 1994.
4. J. Mioduszewski, *Wykłady z topologii. Zbiory spójne i kontinua,* WUŚ, Katowice 2003.
5. H. Patkowska, *Wstęp do topologii,* PWN, Warszawa 1979.
6. W. Rzymowski, *Przestrzenie metryczne w analizie,* Wydawnictwo UMCS, Lublin 2000.

2. Przedmioty kierunkowe z matematyki

2.1 Równania różniczkowe

Rok I	Treści nauczania

Równania różniczkowe zwyczajne. Wiadomości wstępne: pojęcie równania, rozwiązania, ich rodzaje, zagadnienia początkowe, interpretacja geometryczna. Równania elementarnie całkowalne. Analityczne i numeryczne rozwiązywanie wybranych typów równań. Równania o zmiennych rozdzielonych, zupełne i do nich sprowadzalne. Równania liniowe o stałych współczynnikach. Podstawowe twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań zagadnień początkowych dla układów równań różniczkowych rzędu pierwszego i równań wyższych rzędów. Twierdzenie o ciągłej i gładkiej zależności rozwiązań od wartości początkowych i parametrów. Podstawowe własności rozwiązań układów równań różniczkowych liniowych I rzędu. Przestrzeń liniowa rozwiązań układu jednorodnego, jej baza - układ fundamentalny, wymiar, macierz fundamentalna, twierdzenie Liouville'a. Postać rozwiązania ogólnego układu niejednorodnego. Własności rozwiązań równań liniowych rzędu n-tego. Układy równań liniowych o stałych współczynnikach i algebraiczne sposoby ich rozwiązywania. Wyznaczenie układu fundamentalnego, macierzy fundamentalnej i rozwiązania ogólnego układu niejednorodnego. Punkty stacjonarne i ich stabilność. Stabilność rozwiązań równania różniczkowego w sensie Lapunowa, kryteria stabilności. Informacja o zagadnieniach brzegowych dla równań rzędu drugiego. Równania różniczkowe cząstkowe. Wiadomości wstępne, klasyfikacja równań różniczkowych cząstkowych. Podstawowe zagadnienia graniczne, początkowe, brzegowe, mieszane, pojęcie zagadnienia postawionego poprawnie. Równania cząstkowe rzędu pierwszego i ich związek z równaniami zwyczajnymi, całki pierwsze. Przybliżone rozwiązywanie równań różniczkowych.

Literatura

1. F. Leja, *Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych,* wyd. 16, PWN, Warszawa 1979.
2. W. Leksiński, W. Żakowski, *Matematyka cz. IV,* PWT, Warszawa 1984.
3. H. Marcinkowska, *Wstęp do teorii równań różniczkowych cząstkowych,* PWN, Warszawa 1972.
4. K. Maurin, *Analiza, cz. I: Elementy*, PWN, Warszawa 1971.
5. A. Pelczar, J. Szarski, *Wstęp do teorii równań różniczkowych,* PWN, Warszawa 1989.
6. W. Pogorzelski, *Analiza matematyczna, t. 3,* PWN, Warszawa 1949.
7. W. Pogorzelski, *Analiza matematyczna, t. 4,* PWN, Warszawa 1951.

2.2 Algebra z teorią liczb

Rok I	Treści nauczania

Teoria podzielności w pierścieniu całkowitym: relacje dzielenia i stowarzyszenia; elementy rozkładalne, nierozkładalne, pierwsze; pierścienie z jednoznacznością rozkładu, największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność. Ideały główne, pierścienie główne. Pierścienie

Euklidesa, algorytm Euklidesa. Teoria podzielności w pierścieniu wielomianów. Twierdzenie Gaussa, wymierne pierwiastki wielomianu z $\mathbb{Z}[x]$, kryterium Eisensteina. Ciała skończone. Teoria Galois. Przegląd najważniejszych metod algebraicznych, geometrycznych, analitycznych i probabilistycznych w relacji do klasycznych problemów teorii liczb. Liczby pierwsze, nieskończoność zbioru liczb pierwszych. Liczby względnie pierwsze. Zasadnicze twierdzenie arytmetyki. Ułamki łańcuchowe. Równania diofantyczne (w szczególności postaci ax+by=c, gdzie a,b,c są ustalonymi elementami z $\mathbb{Z}$). Kongruencje w $\mathbb{Z}$. Cechy podzielności liczb. Małe twierdzenie Fermata. Twierdzenia: Wilsona, Eulera, Lagrange'a, chińskie o resztach. Reszty kwadratowe, kryterium Eulera, zastosowanie sum trygonometrycznych. Równania diofantyczne nieliniowe. Funkcje arytmetyczne (w szczególności: Eulera, Mobiusa, splot Dirichleta). Rozmieszczenie liczb pierwszych (funkcje dzeta, L). Liczby algebraiczne, liczby algebraiczne całkowite, liczby p-adyczne.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. J. Gancarzewicz, *Arytmetyka,* Wydawnictwo UJ, Kraków 2000.
2. B. Gleichgewicht, *Algebra,* Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2004.
3. W. Marzantowicz, P. Zarzycki, *Elementarna teoria liczb,* PWN, Warszawa 2006.
4. J. Rutkowski, *Algebra abstrakcyjna w zadaniach,* PWN, Warszawa 2006.
5. W. Sierpiński, *Wstęp do teorii liczb,* WSiP, Warszawa 1987.
6. S. Y. Yan, *Teoria liczb w informatyce,* PWN, Warszawa 2006.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. A. Białynicki-Birula, *Zarys algebry,* PWN, Warszawa 1987.
2. M. Bryński, J. Jurkiewicz, *Zbiór zadań z algebry,* PWN, Warszawa 1985.
3. A. Chronowski, *Podstawy arytmetyki szkolnej cz. 1 i 2.,* Wydawnictwo Kleks, Bielsko-Biała 1999.
4. W. Narkiewicz, *Teoria liczb,* PWN, Warszawa 2003.
5. W. Sierpiński, *Elementary Theory of Numbers,* PWN, Warszawa 1987.

2.3 Geometria

ROK I	TREŚCI NAUCZANIA

I. Elementy geometrii różniczkowej.

1. Hiperpowierzchnie i rozmaitości; rozmaitości Riemanna.
2. Powierzchnie jako rozmaitości dwuwymiarowe, przestrzeń styczna i wektor normalny do powierzchni, orientacja powierzchni.
3. Pierwsza forma podstawowa powierzchni, odwzorowanie Gaussa, druga forma podstawowa.
4. Koneksja Levi-Civita i współczynniki Christoffela.
5. Odwzorowanie izometryczne powierzchni, powierzchnie rozwijalne.
6. Krzywizna normalna i geodezyjna, linie geodezyjne, asymptotyczne i krzywiznowe powierzchni.
7. Krzywizna Gaussa i krzywizny główne powierzchni.
8. Wzory Codazziego i podstawowe twierdzenie teorii powierzchni. Wzór Gaussa-Bonneta.

II. Geometria euklidesowa i nieeuklidesowe w ujęciu syntetycznym.

1. Aksjomatyka Hilberta geometrii euklidesowej, tezy równoważne z aksjomatem Euklidesa.
2. Geometria Bolyaia-Łobaczewskiego; model Beltramiego-Kleina, Poincare'go (w kole otwartym, otwartej półpłaszczyźnie i na półsferze), wzajemne związki. Dowodzenie

twierdzeń w oparciu o modele, w szczególności tez równoważnych zaprzeczeniem aksjomatu Euklidesa.

3. Geometria rzutowa; aksjomatyka płaszczyzny i przestrzeni. Modele geometrii rzutowej: afiniczny, centralny, na sferze, na półsferze i analityczny. Podstawowe twierdzenia geometrii rzutowej: twierdzenie Desarguesa, twierdzenie Pappusa, twierdzenie Fano; zastosowanie tych twierdzeń do konstrukcji geometrycznych. Zasada dualności w geometrii rzutowej. Czworokąt zupełny, czwórka harmoniczna punktów. Współrzędne jednorodne i przekształcenia rzutowe. Krzywe stożkowe w ujęciu rzutowym, twierdzenie Pascala.
4. Informacje o modelowaniu wybranych geometrii na gruncie geometrii rzutowej.
5. Informacja o programie Kleina. Typowe niezmienniki w poznanych geometriach.
6. Wykorzystanie powierzchni jako modeli geometrii nieeuklidesowych.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. K. Borsuk i W. Szmielew, *Podstawy geometrii,* PWN, Warszawa 1975.
2. S. Fudali, *Geometria: skrypt dla studentów kierunku nauczycielskiego,* Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 1989.
3. B. Gdowski, *Elementy geometrii różniczkowej z zadaniami,* Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
4. A. Goetz, *Geometria różniczkowa,* PWN, Warszawa 1965.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. M. do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1976.
2. H. S. M. Coxeter, S. L. Greitzer, *Geometry revisited,* Washington, The Mathematical Association of America, 1996.
3. R. Doman, *Wykłady z geometrii elementarnej,* Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2001.
4. J. Gancarzewicz, B. Opozda, *Wstęp do geometrii różniczkowej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2003.
5. R. Hartshorne, *Foundations of projective geometry,* W. A. Benjamin Inc, New York, 1967.
6. E. Marchow, *Geometria rzutowa,* Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2002.
7. J. Oprea, *Geometria różniczkowa i jej zastosowania,* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002.

2.4 Efektywne metody geometrii algebraicznej

ROK I	**TREŚCI NAUCZANIA**

1. Wielomiany wielu zmiennych: przykłady problemów prowadzących do układu równań wielomianowych, zbiory algebraiczne, krótkie wprowadzenie do geometrii algebraicznej.
2. Metody efektywne: podstawowe algorytmy teorii baz Gröbnera, programy komputerowe CoCoa i Singular i ich wykorzystanie do:
   2.1. Sprowadzania układu równań wielomianowych do postaci trójkątnej.
   2.2. Sprawdzania czy dany układ ma rozwiązanie, analizy zbioru rozwiązań, badania skończoności zbioru rozwiązań itp.
   2.3. Wyznaczania wielomianów interpolacyjnych wielu zmiennych.

LITERATURA

1. W. Fulton, *Algebraic Curves. An Introduction to Algebraic Geometry,* The Benjamin 1978.
2. D. Cox, J. Little, D. O'Shea, *Ideals Varieties and Algorithms*, Springer, New York 2007.
3. M. Dumnicki, T. Winiarski, *Bazy Gröbnera, efektywne metody w wielomianowych układach równań,* Wydawnictwo Naukowe AP, Kraków 2007.

2.5 Matematyczne podstawy informatyki

ROK I	TREŚCI NAUCZANIA

Pojęcie języka formalnego i gramatyki. Wyrażenia regularne i języki regularne. Automat skończenie stanowy, automat niedeterministyczny, lemat o pompowaniu. Minimalizacja automatu. Język bezkontekstowy, automat ze stosem, algorytm rozpoznawania języka bezkontekstowego. Maszyna Turinga, model obliczania funkcji, model rozpoznawania języka. Języki rozstrzygalne i nierozstrzygalne, problem stopu, inne przykłady problemów nierozstrzygalnych. Złożoność czasowa i obliczeniowa maszyny Turinga. Pojęcie trudności obliczeniowej. Podstawowe klasy złożoności: P, NP, NPC, LOGSPACE, PSPACE. Logiki reprezentacji wiedzy w językach zapytań i odpowiedzi dla baz danych. Metody automatycznego dowodzenia twierdzeń oraz logicznego wspomagania weryfikacji i specyfikacji programów.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. J. E. Hopcroft, R. Motwani, J. D. Ullman, *Wprowadzenie do teorii automatów, języków i obliczeń*, PWN 2005.
2. M. Sipser, *Introduction to the Theory of Computation, Second Edition,* PWS Publishing Company, 2005.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. C. Papadimitriou, *Złożoność obliczeniowa,* WNT 2002.

2.6 Metody numeryczne

ROK I	TREŚCI NAUCZANIA

Metody przybliżonego rozwiązywania: układów równań liniowych [matoda Gaussa-Seidla] i nieliniowych [metoda Newtona-Raphsona], macierzowego zagadnienia własnego [metoda potęgowa (iteracji wektorów)] i zadania optymalizacyjnego [metoda Simplex]. Uwarunkowanie wybranych zadań numerycznych [zadanie obliczenia sumy i obliczenia pochodnej funkcji jako przykłady zadań źle lub dobrze uwarunkowanych (w zależności od przyjętych założeń dodatkowych)]. Wybrane metody aproksymacji w przestrzeniach funkcyjnych [aproksymacja średniokwadratowa wielomianami algebraicznymi, aproksymacja jednostajna wielomianami Czebyszewa]. Elementy złożoności obliczeniowej. Numeryczne rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych [metoda Eulera, metody Rungego-Kutty]. Całkowanie numeryczne [kwadratury elementarne: wzór prostokątów, wzór trapezów, wzór Simpsona]. Współczesne narzędzia komputerowe i ich wykorzystywanie w praktycznych obliczeniach naukowych [programy Derive, Mathcad, Matlab].

LITERATURA PODSTAWOWA

1. Z. Fortuna, B. Macukow, J. Wąsowski, *Metody numeryczne,* WNT, Warszawa 2006.
2. A. Bjorck, G. Dahlquist, *Numerical methods. Mineola,* NY: Dover Publications. xviii, 2003.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. A. Ralston, *Wstęp do analizy numerycznej,* PWN Warszawa, 1983.
2. A. Bjorck, G. Dahlquist, *Metody numeryczne,* PWN, Warszawa 1987.

2.7 Rachunek prawdopodobieństwa z elementami statystyki matematycznej

ROK II	TREŚCI NAUCZANIA

Aksjomatyczne ujęcie rachunku prawdopodobieństwa. Prawdopodobieństwo jako miara unormowana. Niezależność σ-ciał. Produkt kartezjański przestrzeni probabilistycznych. Przestrzenie produktowe jako przestrzenie probabilistyczne dla serii doświadczeń niezależnych. Prawdopodobieństwo geometryczne. Zmienna losowa jako funkcja mierzalna. Rozkład zmiennej losowej jako miara unormowana generowana na prostej przez funkcję mierzalną. Dystrybuanta zmiennej losowej. Zmienna losowa ciągła - rozkłady ciągłe. Niezależność zmiennych losowych. Parametry rozkładu (momenty) zmiennej losowej (wariancja, macierz, kowariancja).

Ciągi zmiennych losowych i ich rozkładów. Rodzaje zbieżności w teorii prawdopodobieństwa. Zbieżność stochastyczna. Twierdzenia graniczne. Słabe prawo wielkich liczb, mocne prawa wielkich liczb. Prawo wielkich liczb Bernoullego. Prawo wielkich liczb Chinczyna. Twierdzenie Poissona. Rozkład Poissona. Przybliżenie Poissona. Rozkład prostokątny. Rozkład normalny Gaussa. Rozkład wykładniczy. Twierdzenie Moivre'a-Laplace'a.

Zmienna losowa wielowymiarowa (wektor losowy). Rozkład wektora losowego. Rozkłady brzegowe. Rozkłady warunkowe. Zmienne losowe niezależne. Rozkłady sum niezależnych zmiennych losowych. Metoda transformacji. Funkcje tworzące. Proces gałązkowy. Funkcja charakterystyczna zmiennej losowej. Funkcja charakterystyczna a momenty. Funkcja charakterystyczna a rozkład sumy niezależnych zmiennych losowych. Pojęcie procesu stochastycznego. Przykłady procesów stochastycznych. Twierdzenie Kołmogorowa o zgodnych miarach. Warunkowa wartość oczekiwana. Martyngał.

Stochastyczny model procesu podejmowania decyzji w warunkach ryzyka. Macierz korzyści. Gra strategiczno-losowa jako model procesu decyzyjnego.

Jednorodny łańcuch Markowa jako szczególny schemat losowy. Graf stochastyczny Engla jako środek opisu i badania łańcucha Markowa. Redukcje grafu stochastycznego. Graf Engla a alogorytmy obliczania prawdopodobieństwa i wartości oczekiwanej w przeliczalnej przestrzeni probabilistycznej.

Zagadnienia estymacji. Estymator. Estymator zgodny. Estymator nieobciążony. Statystyka średnia z próbki. Rozkład statystyki średnia z próbki w przypadku cechy o rozkładzie normalnym a funkcja charakterystyczna. Metoda największej wiarygodności. Testowanie hipotez. Poziom istotności. Test istotności. Obszar krytyczny.

Gra losowa jako środek matematycznej aktywizacji ucznia. Stochastyczne zadania jako ilustracja procesu stosowania matematyki. Rysunek jako narzędzie matematyzacji i argumentacji w rachunku prawdopodobieństwa. Dane statystyczne a refleksja *a posteriori* (wyjaśnianie na gruncie rachunku prawdopodobieństwa pewnych zaskakujących faktów ujawnionych przez dane statystyczne). Przyrządy losujące jako generatory rozkładów prawdopodobieństwa i jako nośniki ogólnomatematycznych struktur.

Kształtowanie pojęć stochastycznych jako problem dydaktyki matematyki. Wnioskowania przez symetrie i analogie w stochastyce. Pojęcia i metody stochastyczne w nauczaniu matematyki a ilustracja procesu stosowania matematyki. Stochastyczne paradoksy i sofizmaty.

LITERATURA

1. D. Bobrowski, *Probabilistyka w zastosowaniach technicznych,* WN-T, Warszawa 1986.
2. W. Feller, *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, t.I,* PWN, Warszawa 1987.
3. M. Fisz, *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna,* PWN, Warszawa 1958.
4. J. Jakubowski, R. Sztencel, *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa,* SCRIPT, Warszawa 2001.
5. L.T. Kubik, *Rachunek prawdopodobieństwa. Podręcznik dla kierunków nauczycielskich studiów matematycznych,* PWN, Warszawa 1986.
6. A. Płocki, *Prawdopodobieństwo wokół nas. Rachunek prawdopodobieństwa w zadaniach i problemach,* Wydawnictwo DLA SZKOŁY, Wilkowice 2004.
7. A. Płocki, *Stochastyka dla nauczyciela. Rachunek prawdopodobieństwa, kombinatoryka i statystyka matematyczna jako matematyka ,,in statu nascendi",* Wydawnictwo Naukowe NOVUM, Płock 2005.

8. A. Płocki, *Dydaktyka stochastyki,* Wydawnictwo Naukowe NOVUM, Płock 2005.

2.8 Teoria mnogości

ROK II	TREŚCI NAUCZANIA

1. Pojęcie klasy (zbiory i klasy właściwe), paradoks Russella.
2. Aksjomatyka teorii zbiorów: aksjomaty Zermela-Fraenkla, pewnik wyboru i jego równoważne sformułowania, w tym lemat Kuratowskiego-Zorna.
3. Konstrukcja liczb naturalnych von Neumanna i aksjomaty Peana.
4. Zbiory dobrze uporządkowane: typy porządkowe i liczby porządkowe.
5. Moc (liczba kardynalna) zbioru: zbiory skończone i nieskończone (kryterium Dedekinda skończoności zbioru), zbiory przeliczalne, zbiory mocy continuum, metoda przekątniowa Cantora.
6. Porównywanie liczb kardynalnych: twierdzenie Cantora-Bernsteina, twierdzenie Cantora o mocy zbioru potęgowego, hipoteza continuum.
7. Arytmetyka liczb kardynalnych.
8. Teorie formalne: pojęcia niesprzeczności i niezależności - przykłady.
9. Elementy teorii kategorii: kategorie zwyczajne, pojęcie obiektów, morfizmów oraz funktorów.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. A. Chronowski, *Elementy teorii mnogości,* Wydawnictwo Naukowe WSP, Kraków 2000.
2. B. Grell, *Wstęp do matematyki. Zbiory, struktury, modele,* Wydawnictwo UJ, Kraków 2006.
3. W. Guzicki, P. Zakrzewski, *Wykłady ze wstępu do matematyki,* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
4. K. Kuratowski, *Wstęp do teorii mnogości i topologii,* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.
5. W. Marek, J. Onyszkiewicz, *Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach,* Wydawnictwo PWN, Warszawa 2006.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. A. Chronowski, *Zadania z elementów teorii mnogości i logiki matematycznej,* Wydawnictwo ,,Dla szkoły", Wilkowice 1999.
2. W. Guzicki, P. Zakrzewski, *Wstęp do matematyki. Zbiór zadań,* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
3. K. Kuratowski, A. Mostowski, *Teoria mnogości,* PWN, Warszawa 1978.
4. I. A. Ławrow, Ł. L. Maksimowa, *Zadania z teorii mnogości, logiki matematycznej i teorii algorytmów,* Wydawnictwo Naukowe PWN 2004.
5. H. Rasiowa, *Wstęp do matematyki współczesnej,* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.

2.9 Matematyka dyskretna

ROK II	TREŚCI NAUCZANIA

Elementy teorii grafów - spójność, skojarzenia, cykle Hamiltona, kolorowanie wierzchołków i krawędzi grafu, planarność. Zagadnienia ekstremalne teorii grafów - twierdzenia Turana i Ramsaya. Elementy kombinatoryki - metody przeliczania obiektów kombinatorycznych, twierdzenie Polya, ekstremalna teoria zbiorów, zbiory częściowo uporządkowane, metoda probabilistyczna Erdosa.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. K. A. Ross, Ch. R. B. Wright, *Matematyka dyskretna,* WN PWN, W-wa 2000.
2. R. L. Graham, D. E. Knuth, O. Patashnik, *Matematyka konkretna,* WN PWN, W-wa 2001.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. R. J. Wilson, *Wprowadzenie do teorii grafów,* PWN, W-wa 2007.

2.10 Wykład monograficzny

ROK II **TREŚCI NAUCZANIA**

Szczegółowy program będzie podany po wyborze wykładów dokonanym przez studentów spośród zaproponowanych przez Instytut Matematyki.

2.11 Technologia informacyjna w nauczaniu matematyki

ROK I **TREŚCI NAUCZANIA**

1. Wykorzystanie platformy e-learningowej do nauczania matematyki na przykładzie platformy Moodle.
2. Zastosowanie kalkulatorów, kalkulatorów graficznych, programów komputerowych w procesie kształcenia pojęć matematycznych oraz ich rola w przezwyciężaniu trudności występujących w tradycyjnym nauczaniu matematyki podczas kształtowania pojęć z zakresu analizy i algebry.
3. Zastosowanie kalkulatorów, kalkulatorów graficznych, programów komputerowych w rozwiązywaniu zadań matematycznych. Rola tych środków w przezwyciężaniu typowych trudności towarzyszących uczniowi w trakcie rozwiązywania zadań i problemów z zakresu analizy i algebry.
4. Zastosowanie kalkulatorów, kalkulatorów graficznych, programów komputerowych w prowadzeniu rozumowań matematycznych z zakresu analizy i algebry.
5. Rola komputera w procesie kształtowania języka matematycznego.
6. Rola komputera i kalkulatora w procesie czytania tekstu matematycznego.

LITERATURA

1. D. Gaul, *Elektroniczne sprawdziany z matematyki dla gimnazjum,* Wydawnictwo ,,Dla szkoły", Bielsko-Biała 1999.
2. (red. H. Kąkol), *Matematyka i komputery,* SNM, Bielsko-Biała 1999.
3. (red. H. Kąkol), *Matematyka z elementami informatyki dla gimnazjum, Klasa 1,* Wydawnictwo ,,Dla szkoły", Wilkowice 1998.
4. (red. H. Kąkol), *Matematyka z elementami informatyki dla gimnazjum, Klasa 2,* Wydawnictwo ,,Dla szkoły" Wilkowice 1999.
5. (red. H. Kąkol), *Matematyka z elementami informatyki dla gimnazjum, Klasa 3,* Wydawnictwo ,,Dla szkoły" Wilkowice 2000.
6. W. Pająk, *Analiza problemów otwartych wspomaganych Cabri,* Wydawnictwo ,,Dla szkoły", Bielsko-Biała 1999.
7. *Matematyka, czasopismo dla nauczycieli,*WSiP, Wrocław.
8. *Matematyka i Komputery,* czasopismo Grupy Roboczej SNM, Bielsko-Biała.
9. *Nauczyciele i Matematyka [NiM],* czasopismo SNM, Bielsko-Biała.
10. *Nauczyciele i Matematyka plus Technologia Informacyjna,* SNM, Bielsko-Biała.
11. Materiały pokonferencyjne ICTMT (International Conference on Technology in Mathematics Teaching).
12. Materiały i artykuły zamieszczone na www.ap.krakow.pl/mat/komputery/
13. Dydaktyczne programy komputerowe i dla kalkulatorów graficznych.
14. Materiały zamieszczone na kursie e-learningowym na www.mat.ap.krakow.pl/moodle/
15. Aktualna literatura tematu oraz materiały ze stron internetowych poświęconych tej tematyce.

2.12 Wykład specjalny z matematyki

CELE NAUCZANIA

Przygotowanie słuchaczy do podjęcia tematów pracy magisterskiej.

ROK I	TREŚCI NAUCZANIA

Treści nauczania ustalane są przez prowadzącego seminarium ze studentami.

2.13 Wykład specjalny z dydaktyki matematyki

CELE NAUCZANIA

Przygotowanie słuchaczy do podjęcia tematów pracy magisterskiej.

ROK I	TREŚCI NAUCZANIA

Treści nauczania ustalane są przez prowadzącego seminarium ze studentami.

2.14 Seminarium dyplomowe z matematyki 1

CELE NAUCZANIA

Przygotowanie pracy magisterskiej, mającej na celu wyrobienie u studenta umiejętności przedstawiania na piśmie wybranych treści matematycznych.

ROK I	TREŚCI NAUCZANIA

Treści nauczania ustalane są przez prowadzącego seminarium ze studentami.

2.15 Seminarium dyplomowe z dydaktyki matematyki 1

CELE NAUCZANIA

Przygotowanie pracy magisterskiej, mającej na celu wyrobienie u studenta umiejętności przedstawiania na piśmie wybranych treści matematycznych.

ROK II	TREŚCI NAUCZANIA

Treści nauczania ustalane są przez prowadzącego seminarium ze studentami.

2.16 Seminarium dyplomowe z matematyki 2

CELE NAUCZANIA

Przygotowanie pracy magisterskiej, mającej na celu wyrobienie u studenta umiejętności przedstawiania na piśmie wybranych treści matematycznych.

Rok II	Treści nauczania

Treści nauczania ustalane są przez prowadzącego seminarium ze studentami.

2.17 Seminarium dyplomowe z dydaktyki matematyki 2

Cele nauczania

Przygotowanie pracy magisterskiej, mającej na celu wyrobienie u studenta umiejętności przedstawiania na piśmie wybranych treści matematycznych.

Rok II	Treści nauczania

Treści nauczania ustalane są przez prowadzącego seminarium ze studentami.

2.18 Seminarium dyplomowe z matematyki 3

Cele nauczania

Przygotowanie pracy magisterskiej, mającej na celu wyrobienie u studenta umiejętności przedstawiania na piśmie wybranych treści matematycznych.

Rok II	Treści nauczania

Treści nauczania ustalane są przez prowadzącego seminarium ze studentami.

2.19 Seminarium dyplomowe z dydaktyki matematyki 3

Cele nauczania

Przygotowanie pracy magisterskiej, mającej na celu wyrobienie u studenta umiejętności przedstawiania na piśmie wybranych treści matematycznych.

Rok II	Treści nauczania

Treści nauczania ustalane są przez prowadzącego seminarium ze studentami.

3. Przedmioty kształcenia nauczycielskiego

3.1 Psychologiczne aspekty okresu dorastania

Rok I	Treści nauczania

Zmiany w funkcjonowaniu poznawczym i społecznym w okresie dorastania oraz ich wpływ na styl uczenia się. Psychologiczno-społeczne uwarunkowania rozwoju tożsamości młodzieży. Rola osób znaczących i autorytetów w procesie edukacji. Zaburzenia funkcjonowania w okresie dorastania. Czynniki ryzyka i czynniki wspomagające rozwój w okresie dorosłości. Kształtowanie się stylu życia. Droga rozwoju zawodowego w okresie dorosłości.

Wspieranie uczniów w radzeniu sobie z problemami okresu dorastania. Stymulowanie rozwoju społeczno-moralnego młodzieży. Przygotowanie do samokształcenia i pracy nad własnym rozwojem.

Pomoc uczniom w projektowaniu ścieżki edukacyjno-zawodowej i przygotowaniu do aktywnego poruszania się na rynku pracy.

3.2 Dydaktyka matematyki 1

ROK I	TREŚCI NAUCZANIA

Definiowanie pojęć matematycznych: istota i typy definicji matematycznej; problemowe wprowadzanie definicji; poziomy rozumienia definicji; trudności i błędy w tworzeniu, odtwarzaniu i stosowaniu definicji.

Formułowanie i dowodzenie twierdzeń: pojęcie twierdzenia i dowodu, typy twierdzeń i dowodów, problemowe wprowadzanie twierdzeń, motywacja dowodzenia, poszukiwanie i redagowanie oraz odczytywanie dowodu, trudności i błędy w formułowaniu twierdzeń i dowodzeniu.

Dedukcyjna struktura matematyki w nauczaniu: dedukcja lokalna; dedukcja globalna.

Podstawa programowa i inne dokumenty dotyczące nauczania matematyki do poziomu szkół ponadgimnazjalnych kończących się maturą. Wymagania maturalne.

Badania w zakresie dydaktyki matematyki.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. H. Siwek, *Dydaktyka matematyki: teoria i zastosowania,* WSiP, Warszawa 2005.
2. S. Turnau, *Wykłady o nauczaniu matematyki,* PWN, Warszawa 1990.
3. G. Polya, *Jak to rozwiązać?,* PWN, Warszawa 1993.
4. Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki tomy 1, 2,3,* WSiP, Warszawa 1977.
5. H. Siwek, *Czynnościowe nauczanie matematyki,* WSiP, Warszawa 1998.
6. W. Nowak, *Konwersatorium z dydaktyki matematyki,* PWN, Warszawa 1989.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. Z. Krygowska, M. Ciosek, S. Turnau, *Strategie rozwiązywania zadań matematycznych jako problem dydaktyki matematyki,* WSP. Rocznik Nauk.-Dydakt. 54, Kraków 1974.
2. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace prof. dr Anny Zofii Krygowskiej. Materiały do studiowania matematyki, tom I,* Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2000.
3. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace prof. dr hab. Bogdana J. Noweckiego. Materiały do studiowania matematyki, tom II*, Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2001.
4. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace dr Macieja Klakli. Materiały do studiowania matematyki, tom III*, Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2002.
5. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace prof. dr hab. Jana Koniora. Materiały do studiowania matematyki, tom IV,* Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2002.
6. G. Polya, *Odkrycie matematyczne,* WN-T, Warszawa 1975.

Wybrane artykuły z czasopism dla nauczycieli:

1. *Matematyka, Czasopismo dla nauczycieli,* WSiP, Wrocław.
2. *Nauczyciele i Matematyka* [NiM], Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki, Bielsko-Biała.
3. *Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria V. Dydaktyka Matematyki*, Kraków.
4. *Studia Matematyczne Akademii Świętokrzyskiej*, Wydawnictwo Akademii Świętokrzyskiej, Kielce.
5. *Wiadomości Matematyczne*, Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego, seria II, PWN Warszawa.
6. S. K.Goel, M., *The equation:* $-2 = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = [(-8)^2]^{1/6} = 2$, Educational Studies in Mathematics 1997 vol.33.

Podręczniki szkolne, przewodniki dla nauczycieli i materiały dydaktyczne

3.3 Dydaktyka matematyki 2

ROK I	TREŚCI NAUCZANIA

Teoretyczne:

Język matematyki: składniki (werbalny, symboliczny, algorytmiczny, rysunkowy), ich charakterystyka i rola w matematyce i jej poznaniu.

Intuicja w matematyce i jej nauczaniu: intuicja pierwotna i przedłużona; błędy intuicji.

Wyobraźnia przestrzenna, jej rola, kształtowanie; inne typy wyobraźni.

Możliwości matematyczne ucznia w szkole ponadgimnazjalnej. Strategie wspomagania uczenia się (w zależności od potrzeb edukacyjnych uczniów). Praca z uczniem zdolnym, praca z uczniem słabym; matura z matematyki. Samokształcenie i warsztat pracy ucznia; formy prezentacji osiągnięć indywidualnych ucznia.

Dydaktyczne wykorzystanie na różnych poziomach nauczania wiedzy o bryłach przestrzennych i przekształceniach geometrycznych płaszczyzny i przestrzeni, granicy ciągu i funkcji, jej ciągłości i różniczkowalności.

Przykładowe badania i wyniki badań w zakresie dydaktyki matematyki.

Praktyczne:

Zastosowanie poznanej teorii dydaktycznej w praktyce szkolnej. Pisemne projektowanie rozwiązań merytoryczno-dydaktycznych (scenariuszy i konspektów) w szkołach ponadgimnazjalnych na poziomach podstawowym i rozszerzonym nauczania matematyki.

Przygotowanie, prowadzenie i analizowanie lekcji matematyki.

Modyfikowanie własnych działań dydaktycznych w zależności od osiąganych wyników. Właściwe opracowanie i selekcja materiału nauczania: dobór celów nauczania matematyki do określonej jednostki lekcyjnej, dobór metod nauczania z uwzględnieniem metod aktywizujących oraz dobór zadań do przyjętych wcześniej celów nauczania.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. H. Siwek, *Dydaktyka matematyki: teoria i zastosowania,* WSiP Warszawa 2005.
2. S. Turnau, *Wykłady o nauczaniu matematyki,* PWN Warszawa 1990.
3. G. Polya, *Jak to rozwiązać?,* PWN Warszawa 1993.
4. Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki tomy 2, 3,* WSiP Warszawa 1977.
5. Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki tom 1,* WSiP Warszawa 1977.
6. W. Nowak, *Konwersatorium z dydaktyki matematyki*, PWN, Warszawa 1989.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. Z. Krygowska, M. Ciosek, S. Turnau, *Strategie rozwiązywania zadań matematycznych jako problem dydaktyki matematyki,* WSP. Rocznik Nauk.-Dydakt. 54, Kraków 1974.
2. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace prof. dr Anny Zofii Krygowskiej. Materiały do studiowania matematyki, tom I,* Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2000.
3. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace prof. dr hab. Bogdana J. Noweckiego. Materiały do studiowania matematyki, tom II,* Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2001.
4. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace dr Macieja Klakli. Materiały do studiowania matematyki, tom III,* Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2002.
5. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace prof. dr hab. Jana Koniora. Materiały do studiowania matematyki, tom IV,* Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2002.
6. G. Polya, *Odkrycie matematyczne,* WN-T, Warszawa 1975.
7. A. Pardała, *Wyobraźnia przestrzenna uczniów w warunkach nauczania szkolnej matematyki. Teoria problemy, propozycje,* „Fosze", Rzeszów 1995.
8. M. Ciosek, *Rozwiązywanie zadań matematycznych na różnych poziomach matematycznego doswiadczenia,* WN AP, Kraków, 2005.
9. S. Vinner, *The pseudo-conceptual and the pseudo-analitical thought process in the mathematics learning,* Educational Studies in Mathematics 1997 vol.34.

Wybrane artykuły z czasopism dla nauczycieli:

1. *Matematyka, Czasopismo dla nauczycieli*, WSiP, Wrocław.
2. *Nauczyciele i Matematyka* [NiM], Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki, Bielsko-Biała.
3. *Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria V. Dydaktyka Matematyki*, Kraków.
4. *Studia Matematyczne Akademii Świętokrzyskiej*, Wydawnictwo Akademii Świętokrzyskiej, Kielce.
5. *Wiadomości Matematyczne*, Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego, seria II, PWN Warszawa.

Podręczniki szkolne, przewodniki dla nauczycieli i materiały dydaktyczne. Materiały przygotowujące do matury.

3.4 Pracownia dydaktyki matematyki

ROK I **TREŚCI NAUCZANIA**

Wymagania maturalne odnośnie poziomu podstawowego i rozszerzonego nauczania matematyki.

Dobór metod pracy na lekcji pod kątem wymagań maturalnych i możliwości poznawczych uczniów. Organizacja procesu nauczania i uczenia się z wykorzystaniem technologii informacyjnych i komunikacyjnych oraz środków multimedialnych stosowanych w nauczaniu matematyki.

Dydaktyczne wykorzystanie na różnych poziomach nauczania wiedzy związanej z własnościami funkcji elementarnych, ciągłością, granicami, a także równaniami i nierównościami i indukcją zupełną.

Diagnozowanie możliwości uczniów.

Analiza podstawy programowej, różnych serii podręczników i programów.

LITERATURA PODSTAWOWA

1. H. Siwek, *Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowania w matematyce szkolnej*, WSiP, Warszawa 2005.
2. S. Turnau, *Wykłady o nauczaniu matematyki*, PWN, Warszawa 1990.
3. G. Polya, *Jak to rozwiązać?*, PWN, Warszawa 1993.
4. Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki cz. 1, 2, 3,* WSiP, Warszawa 1977.
5. W. Nowak, *Konwersatorium z dydaktyki matematyki*, PWN, Warszawa 1989.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. Z. Krygowska, M. Ciosek, S. Turnau, *Strategie rozwiązywania zadań matematycznych jako problem dydaktyki matematyki*, WSP Rocznik Nauk.-Dydakt. 54, Kraków 1974.
2. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace prof. dr Anny Zofii Krygowskiej. Materiały do studiowania dydaktyki matematyki, tom I,* Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2003.
3. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace prof. dr hab. Bogdana J. Noweckiego. Materiały do studiowania dydaktyki matematyki, tom II,* Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2002.
4. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace dr Macieja Klakli. Materiały do studiowania dydaktyki matematyki, tom III,* Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2002.
5. (pod red. J. Żabowskiego), *Prace prof. dr hab. Jana Koniora. Materiały do studiowania dydaktyki matematyki, tom IV,* Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock 2002.
6. G. Polya, *Odkrycie matematyczne,* WN-T, Warszawa 1975.

Wybrane artykuły z czasopism dla nauczycieli:

1. *Matematyka, Czasopismo dla nauczycieli*, WSiP, Wrocław.
2. *Nauczyciele i Matematyka* [NiM], Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki, Bielsko-Biała.

3. *Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria V, Dydaktyka Matematyki,* Kraków.
4. *Studia Matematyczne Akademii Świętokrzyskiej,* Wydawnictwo Akademii Świętokrzyskiej, Kielce.
5. *Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego,* Wiadomości Matematyczne, Seria II, PWN, Warszawa.

Podręczniki szkolne, przewodniki dla nauczycieli i materiały dydaktyczne. Materiały przygotowujące do matury (zbiory zadań, podręczniki).

4. Praktyki (nie dotyczy specjalności matematyka stosowana)

4.1 Praktyka zawodowa pedagogiczna w szkole ponadgimnazjalnej z zakresu matematyki

TREŚCI NAUCZANIA

Dokumentacja związana z nauczaniem i wychowaniem. Pisemne projektowanie rozwiązań merytoryczno-dydaktycznych (scenariuszy i konspektów) odpowiednio do poziomów podstawowego i rozszerzonego nauczania matematyki w szkole średniej. Strategie wspomagania uczenia się (w zależności od potrzeb edukacyjnych uczniów). Obserwowanie i analizowanie lekcji pod kątem merytoryczno-dydaktycznym oraz ocena efektów własnej pracy. Dokonywanie oceny osiągnięć uczniów klas, w których student odbywa praktykę. Umiejętność analizowania materiału dydaktycznego pod kątem wymagań maturalnych (poziomu podstawowego i rozszerzonego). Zastosowanie poznanej teorii dydaktycznej w praktyce szkolnej. Diagnozowanie możliwości matematycznych ucznia w liceum. Modyfikowane własnych działań dydaktycznych w zależności od osiąganych wyników Praktyczne przygotowanie do pracy w szkole ponadgimnazjalnej. Kompetencje związane z przygotowywaniem nauczyciela do lekcji matematyki na poziomie szkoły ponadgimnazjalnej, w tym:

- konstruowanie (wspólnie z osobą prowadzącą praktykę, a następnie samodzielnie) konspektów lekcji do poziomów podstawowego i rozszerzonego nauczania matematyki,
- umiejętność krytycznej i konstruktywnej obserwacji sytuacji dydaktycznych w ramach hospitowanych lekcji,
- prowadzenie lekcji według przygotowanego konspektu bądź scenariusza, pisemna analiza hospitowanych i prowadzonych przez siebie lekcji (pod względem merytorycznym, dydaktycznym i pedagogicznym).

Specyficzne umiejętności studenta związane z praktycznym prowadzeniem lekcji, a w szczególności z:

- doborem celów nauczania matematyki do określonej jednostki lekcyjnej,
- operacjonalizacją celów ogólnych,
- doborem metod nauczania z uwzględnieniem metod aktywizujących oraz różnorodnych form pracy uczniów,
- stosowaniem metod stymulujących myślenie uczniów i samodzielne zdobywanie przez nich wiedzy,
- koniecznością indywidualizacji pracy uczniów na lekcji, prawidłową reakcją na błąd ucznia, adekwatnym doborem zadań matematycznych do przyjętych wcześniej celów nauczania.