

Spis treści

0	Wstęp	3
1	Pojęcia teorii mnogości, nauki o funkcji i stochastyki	5
1.1	Elementy teorii mnogości	5
1.1.1	Zbiór jako pojęcie matematyczne	5
1.1.2	Talia kart jako szczególny zbiór	7
1.1.3	Zbiór kamieni domina jako szczególny zbiór	9
1.1.4	Inkluzja – diagramy Venna	10
1.1.5	Suma, iloczyn i różnica zbiorów	11
1.1.6	Rodzina wszystkich podzbiorów zbioru	13
1.1.7	Iloczyn kartezjański zbiorów	13
1.2	Relacja jako pojęcie matematyczne	15
1.2.1	Relacja ze zbioru w zbiór – relacja w zbiorze	15
1.2.2	Relacja równoważnościowa i klasyfikacja zbioru	16
1.3	Funkcja jako pojęcie „wszędzie obecne”	20
1.3.1	Funkcja charakterystyczna zbioru	23
1.3.2	Injekcja, surjekcja, bijekcja	24
1.3.3	Równoliczność zbiorów. Moc zbioru	26
1.3.4	Funkcje liczbowo-liczbowe	28
1.3.5	Wykres funkcji liczbowo-liczbowej	28
1.4	Ciągi jako szczególne funkcje	29
1.4.1	Ciągi liczbowe	31
1.4.2	Granica ciągu liczbowego, ciągi liczbowe zbieżne	34
1.5	Szeregi liczbowe	36
1.5.1	Szeregi geometryczne	37
1.5.2	Szeregi liczbowe a pola	38
1.6	Elementy rachunku prawdopodobieństwa	39
1.6.1	Rozkład prawdopodobieństwa na zbiorze co najwyżej przeliczalnym jako szczególna funkcja	39

1.6.2	Przestrzeń probabilistyczna jako pojęcie matematyczne	41
1.6.3	Zdarzenie i jego prawdopodobieństwo w matematyce . . .	41
1.6.4	Zmienna losowa, jej rozkład i wartość oczekiwana	43
1.6.5	Doświadczenie losowe i zbiór jego wyników	44
1.6.6	Model probabilistyczny doświadczenia losowego	47
1.6.7	Zdarzenie związane z doświadczeniem losowym jako zbiór	49
1.6.8	Prawdopodobieństwo zdarzenia związanego z doświadczeniem losowym	51
1.6.9	Zmienna losowa wokół nas	53
2	Podstawowe pojęcia kombinatoryki	57
2.1	Permutacja zbioru	58
2.2	Wariacja bez powtórzeń	65
2.3	Wariacja	67
2.4	Kombinacja	70
2.5	Kombinacja z powtórzeniami	78
2.6	Kamienie domina a kombinacje z powtórzeniami	81
2.7	Dirichleta zasada szufladkowania	86
2.8	Rozmieszczenia kul w szufladach	89
2.9	Różne zadania kombinatoryczne	98
3	Kombinatoryka a kodowanie informacji	123
3.1	Kombinatoryka a kodowanie informacji	123
3.1.1	Szyfry i kody – kody binarne	123
3.1.2	Alfabet Morse’a jako kod binarny	127
3.1.3	Alfabet Braille’a jako kod binarny	127
3.1.4	Alfabet morski	130
3.1.5	Kodowanie rysunku w pamięci komputera	131
3.1.6	Kody kreskowe	133
3.1.7	Podświetlane cyfry a kombinatoryka	135
3.1.8	Numery rejestracyjne samochodów	136
3.1.9	System ewidencji ludności PESEL	136
3.1.10	Kostkowe kalendarze – kalendarze na całe życie	137
3.2	Trójkąt arytmetyczny Pascala	138
3.3	Deska Galtona a trójkąt Pascala	144
3.4	Trójkąty liczb naturalnych i liczb nieparzystych	148
3.5	Liczby wielokątne	149
3.5.1	Liczby trójkątne	150
3.5.2	Liczby kwadratowe	155
3.5.3	Liczby pięciokątne	158

3.5.4	Liczby sześciokątne	159
3.5.5	Liczby wielokątne – podsumowanie	160
3.6	Piramidalne liczby wielokątne	164
3.7	Liczby Fibonacciego	167
3.8	Jak niewyobrażalnie duże są pewne liczby	178
4	Graf i digraf a kombinatoryka	193
4.1	Graf i digraf	193
4.2	Digraf relacji i digraf funkcji	196
4.3	Graf i digraf a zliczanie zbioru	199
4.4	Krawędzie grafu jako jednakowo możliwe przypadki	203
4.5	Graf i digraf a matematyzacja	205
4.6	Kamień domina jako krawędź grafu	207
4.7	Grafy Eulera	209
4.8	Grafy i digrafy wokół nas	212
4.9	Drzewo z korzeniem jako szczególny digraf	214
4.10	Drzewo stochastyczne i jego reguły	217
4.11	Doświadczenia wieloetapowe i ich drzewa	220
4.12	Digraf jako plansza do gry losowej	226
4.13	Digrafy a szczególne liczby	228
5	Kombinatoryka i prawdopodobieństwo	235
5.1	Prawdopodobieństwo zdarzenia	235
5.2	Monety a prawdopodobieństwo klasyczne i kombinatoryka	236
5.3	Kostki a prawdopodobieństwo klasyczne i kombinatoryka	238
5.4	Urny a prawdopodobieństwo klasyczne i kombinatoryka	243
5.5	Karty, prawdopodobieństwo klasyczne i kombinatoryka	244
5.6	Gry losowe	248
5.7	TOTO LOTEK a kombinatoryka	250
5.8	MULTI LOTEK a kombinatoryka	262
5.9	Gry losowe typu TOTO LOTKA	265
5.10	Kupony do gier a pojęcia kombinatoryczne	268
5.10.1	Wariacja bez powtórzeń w kuponach TOTO LOTKA	270
5.10.2	Permutacja zbioru a kupony do gier typu TOTO LOTKA	271
5.10.3	Wariacja zbioru a kupony do gier typu TOTO LOTKA	272
5.10.4	Kombinacja zbioru a gry typu TOTO LOTKA	275
5.11	Zadania różne	277

6	Szanse i ryzyko a kombinatoryka	281
6.1	Ryzyko i szanse a stochastyka	281
6.2	Szyfr jako wariacja zbioru	283
6.3	Szyfr jako wariacja bez powtórzeń	288
6.4	Szyfr jako kombinacja zbioru	289
6.5	Szyfr ustawiany tarczą	291
6.6	Inne typy blokad i zamków szyfrowych	293
6.7	Ryzyko w przypadku dwóch szyfrów	296
6.8	Klucze typu GERDA	297
6.9	Jeszcze o ryzyku i szansach	299