
Wstęp

Przedmiotem tej książki jest kombinatoryka jako dziedzina matematyki „dla każdego”. Pojęcia i twierdzenia kombinatoryki a także jej metodologię, prezentujemy jako matematyczne narzędzia analizy, opisu i badania otaczającego nas świata, odkrywane w procesie rozwiązywania (na ogół pozamatematycznych) problemów i zadań. Książka jest więc prezentacją kombinatoryki jako matematyki *in statu nascendi* (matematyki w stadium tworzenia).

W tym podejściu do kombinatoryki, jej pojęcia są osobliwymi środkami matematyzacji i argumentacji, a przede wszystkim narzędziami procesu stosowania matematyki. Stosowanie pojęć i twierdzeń kombinatoryki ukazano bowiem w kontekście organizacji wszystkich trzech faz tego procesu, a więc:

- *fazy matematyzacji* jako etapu tworzenia matematycznych modeli realnych sytuacji i przekładu pozamatematycznych problemów na język matematyki,
- *fazy rachunków i dedukcji* jako fazy rozwiązywania już matematycznych problemów i zadań, które sformułowano w fazie matematyzacji oraz
- *fazy interpretacji*, a więc formułowania wiarygodnych wniosków, jakie dla praktyki wynikają z fazy rachunków.

Fuzję kombinatoryki, rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej (a także statystyki opisowej) nazywamy dziś *stochastyką*. W kontekście powszechnego kształcenia matematycznego mówimy o geometrycznym i o arytmetycznym aspekcie tego kształcenia, wspominając o rozwijaniu kultury geometrycznej i arytmetycznej. Dziś trzeba także mówić o stochastycznym aspekcie tego kształcenia i o rozwijaniu kultury stochastycznej w nauczaniu matematyki.

Ważnym elementem matematycznej kultury są intuicje, nasze wyobrażenia, nasze sądy wyrażane bez głębszego zastanowienia, sądy oparte na „zdrowym rozsądku”. Stochastyka, poprzez liczne paradoksy, ukazuje nam, jak błędne są nasze intuicje w zakresie kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Zaproponowane w książce problemy i zadania, których rozwiązanie ujawnia zaskakujące fakty (mowa tu o kombinatorycznych i probabilistycznych paradokсах), pełnią ważną rolę w rozwijaniu wspomnianych intuicji. Chodzi tu m. in. o problemy ukazujące jak niewyobrażalnie duże są moce pewnych zbiorów.

Ogromną rolę w organizacji fazy matematyzacji oraz fazy rachunków i dedukcji pełnią prezentacje ikoniczne. W tym ujęciu kombinatoryki rysunek

pełni ważną rolę w przejściu od konkretności do matematycznej abstrakcji i jest ważnym środkiem argumentacji.

W myśl zasady prefiguracji droga do matematycznej abstrakcji w umyśle dziecka rozpoczyna się od konkretnych sytuacji i konkretnych działań (a więc od form enaktywnych) i stopniowo poprzez formy ikoniczne (rysunek) prowadzi do świata matematycznej abstrakcji (do pojęć i języka matematyki). Chodzi tu o wyróżnione przez Brunera enaktywne, ikoniczne i symboliczne formy prezentacji matematycznych treści. Prekursorem tej zasady był Jan Amos Komeński (1592-1670), który twierdził, że *niczego nie ma w umyśle, czego wpięrw nie było w zmyśle*. Zgodnie z tą zasadą proponujemy w książce kształtowanie pojęć kombinatoryki.

Różne problemy kombinatoryczne rozwiązywali już w roku 2000 p. n. e. Chińczycy. Kombinatoryką zajmowali się starożytni Grecy, później zaś matematycy hinduscy i arabscy. W wieku XVII teoretyczne problemy kombinatoryczne formułowali i badali B. Pascal oraz P. Fermat. Spore zasługi w rozwoju kombinatoryki mieli: J. Bernoulli, G. W. Leibniz i L. Euler. Inspiracją do kombinatorycznych dociekań były problemy powstałe na tle gier losowych i hazardu, a więc fakty ze świata przypadku (świata, który nas otacza).

Inspiracją dla wielu kombinatorycznych zadań są w tej książce problemy związane z grą losową i z prosperowaniem hazardu, z oceną pewnych szans i ryzyka (szyfrowe kłódki, zamki i blokady), z wiarygodnością oceniania wyników testowego sprawdzianu wiedzy, z rozstrzyganiem, czy dany fakt jest rezultatem wiedzy, talentu, pewnych zdolności, czy też zgadywania (a więc przypadku), z weryfikacją pewnych hipotez, z podejmowaniem decyzji w warunkach ryzyka (np. czy przyjąć zaproszenie do udziału w grze, czy skorzystać z prawa pierwszeństwa itd.).

W wielu przypadkach nazwa gry jest identyczna z nazwą rekwizytu (przyrządu losującego) używanego w tej grze (*ruleta, jednoręki bandyta, koło fortuny*). Te nazwy odróżniamy czcionką. Zapis RULETA oznacza grę, w której rekwizytem jest ruleta.

W zapisie liczby dziesiętnej, zamiast przecinka rozdzielającego część całkowitą od ułamkowej, używamy kropki.

Znakiem ■ rozpoczynamy opisywanie przykładu. Znak □ rozpoczyna rozwiązywanie zadania.

Kraków, Płock i Czeskie Budziejowice, maj 2010 r.